

NECLASIFICAT

ROMÂNIA
MINISTERUL APĂRĂRII NAȚIONALE
COLEGIUL NAȚIONAL MILITAR
„ALEXANDRU IOAN CUZA”

NECLASIFICAT

TEMATICA EXAMENULUI DE DIFERENȚĂ LA DISCIPLINA
MATEMATICĂ PENTRU CLASA a XI-a
Anul școlar 2020-2021

NECLASIFICAT

Clasa a IX-a**Mulțimi și elemente de logică matematică**

- Mulțimea numerelor reale: operații algebrice cu numere reale, ordonarea numerelor reale, modulul unui număr real, aproximări prin lipsă sau prin adaos, partea întreagă, partea fracționară a unui număr real; operații cu intervale de numere reale;
- Propoziție, predicat, cuantificatori;
- Operații logice elementare (negație, conjuncție, disjuncție, implicație, echivalență), corelate cu operațiile și relațiile cu mulțimi (complementară, intersecție, reuniune, incluziune, egalitate, regulile lui De Morgan); raționament prin reducere la absurd;
- Inducția matematică;
- Probleme de numărare.

FUNCȚII**Șiruri**

- Modalități de a defini un șir, șiruri mărginite, șiruri monotone;
- Șiruri particulare: progresii aritmetice, progresii geometrice, formula termenului general în funcție de un termen dat și rație, suma primilor n termeni ai unei progresii;
- Condiția ca n numere să fie în progresie aritmetică sau geometrică pentru $n \geq 3$.

Funcții: lecturi grafice

- Reper cartezian, produs cartezian; reprezentarea prin puncte a unui produs cartezian de mulțimi numerice; condiții algebrice pentru puncte aflate în cadrane; drepte în plan de forma $x = m$ sau de forma $y = m$, $m \in \mathbb{R}$;
- Funcția: definiție, exemple, exemple de corespondențe care nu sunt funcții, modalități de a descrie o funcție, lecturi grafice. Egalitatea a două funcții, imaginea și preimaginea unei mulțimi printr-o funcție, graficul unei funcții, restricții ale unei funcții;
- Funcții numerice $\{f: D \rightarrow \mathbb{R}, D \subseteq \mathbb{R}\}$: reprezentarea geometrică a graficului, intersecția cu axele de coordonate, rezolvări grafice ale unor ecuații și inecuații de forma $f(x) = g(x)$ ($\leq, <, >, \geq$), proprietăți ale funcțiilor numerice introduse prin lectură grafică: mărginire, monotonie; alte proprietăți: paritate, imparitate, simetria graficului față de drepte de forma $x = m$, $m \in \mathbb{R}$, periodicitate;
- Compunerea funcțiilor; exemple pe funcții numerice.

Funcția de gradul I

- Definiție; reprezentarea grafică a funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax + b$, unde $a, b \in \mathbb{R}$, intersecția graficului cu axele de coordonate, ecuația $f(x) = 0$;
- Interpretarea grafică a proprietăților algebrice ale funcției: monotonia și semnul funcției; studiul monotoniei prin semnul diferenței $f(x_1) - f(x_2)$ (sau prin studiul semnelor raportului $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2}$, $x_1, x_2 \in \mathbb{R}, x_1 \neq x_2$);
- Inecuații de forma $ax + b \leq 0$ ($\geq, <, >$) studiate pe $\mathbb{R}$ sau pe intervale de numere reale;

- Poziția relativă a două drepte, sisteme de tipul: $\begin{cases} ax + by = c \\ mx + ny = p \end{cases}$ cu a, b, c, m, n, p numere reale;
- Sisteme de inecuații de gradul I.

Funcția de gradul al II-lea

- Reprezentarea grafică a funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax^2 + bx + c$ cu $a, b, c \in \mathbb{R}$ și $a \neq 0$, intersecția graficului cu axele de coordonate, ecuația $f(x) = 0$, simetria față de drepte de forma $x = m$ cu $m \in \mathbb{R}$;
- Relațiile lui Viète, rezolvarea sistemelor de forma $\begin{cases} x + y = s \\ xy = p \end{cases}$, $s, p \in \mathbb{R}$.

Interpretarea geometrică a proprietăților algebrice ale funcției de gradul al II-lea

- Monotonie, studiul monotoniei prin semnul diferenței $f(x_1) - f(x_2)$ sau prin rata creșterii/descrășterii: $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2}$, $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$, $x_1 \neq x_2$, punct de extrem(vârful parabolei);
- Poziționarea parabolei față de axa Ox , semnul funcției, inecuații de forma $ax^2 + bx + c \leq 0$ ($\geq, <, >$), $a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$, studiate pe $\mathbb{R}$, sau pe interval de numere reale, interpretare geometrică: imagini și preimagini ale unor intervale (proiecțiile unor porțiuni de parabolă pe axe);
- Poziția relativă a unei drepte față de o parabolă: rezolvarea sistemelor de forma $\begin{cases} mx + n = y \\ ax^2 + bx + c = y \end{cases}$, $a, b, c, m, n \in \mathbb{R}$;
- Rezolvarea sistemelor de forma

$$\begin{cases} a_1x^2 + b_1x + c_1 = y \\ a_2x^2 + b_2x + c_2 = y \end{cases}, a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2 \in \mathbb{R}; \text{ interpretare geometrică.}$$

Vectori în plan

- Segment orientat, relația de echipolență, vectori, vectori coliniari;
- Operații cu vectori: adunarea (regula triunghiului, regula paralelogramului), proprietăți ale operației de adunare; înmulțirea cu scalari, proprietăți ale înmulțirii cu scalari; condiția de coliniaritate, descompunerea dupădoi vectori dați, necoliniari și nenuli.

Coliniaritate, concurență, paralelism - calcul vectorial în geometria plană

- Vectorul de poziție al unui punct;
- Vectorul de poziție al punctului care împarte un segment într-un raport dat, teorema lui Thales (condiții de paralelism);
- Vectorul de poziție al centrului de greutate al unui triunghi (concurența medianelor unui triunghi);
- Teorema bisectoarei, vectorul de poziție al centrului cercului înscris într-un triunghi; ortocentrul unui triunghi; relația lui Sylvester, concurența înălțimilor;
- Teorema lui Menelau, teorema lui Ceva.

Elemente de trigonometrie

- Cercul trigonometric, definirea funcțiilor trigonometrice: $\sin : [0, 2\pi] \rightarrow [-1, 1]$, $\cos : [0, 2\pi] \rightarrow [-1, 1]$, $\operatorname{tg} : [0, \pi] \setminus \{\frac{\pi}{2}\} \rightarrow \mathbb{R}$, $\operatorname{ctg} : (0, \pi) \rightarrow \mathbb{R}$;
- Definirea funcțiilor trigonometrice: $\sin : \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1]$, $\cos : \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1]$, $\operatorname{tg} : \mathbb{R} \setminus D \rightarrow \mathbb{R}$, cu $D = \{\frac{\pi}{2} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$, $\operatorname{ctg} : \mathbb{R} \setminus D \rightarrow \mathbb{R}$, cu $D = \{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$;
- Reducerea la primul cadran;
- Formule trigonometrice $\sin(a + b)$, $\sin(a - b)$, $\cos(a + b)$, $\cos(a - b)$, $\sin 2a$, $\cos 2a$, $\sin a + \sin b$, $\sin a - \sin b$, $\cos a + \cos b$, $\cos a - \cos b$ (transformarea sumei în produs).

Aplicații ale trigonometriei și ale produsului scalar a doi vectori în geometria plană

- Produsul scalar a doi vectori: definiție, proprietăți. Aplicații: teorema cosinusului, condiții de perpendicularitate, rezolvarea triunghiului dreptunghic ;
- Aplicații vectoriale și trigonometrice în geometrie: teorema sinusurilor, rezolvarea triunghiurilor oarecare;
- Calcularea razei cercului înscris și a razei cercului circumscris în triunghi, calcularea lungimilor unor segmente importante din triunghi, calcul de arii.

Clasa a X-a

Mulțimi de numere

Numere reale:

- Proprietăți ale puterilor cu exponent rațional, irațional și real ale unui număr pozitiv, aproximări raționale pentru numere iraționale sau reale;
- Radical dintr-un număr rațional, $n \geq 2$, proprietăți ale radicalilor;
- Noțiunea de logaritm, proprietăți ale logaritmilor, calcule cu logaritmi, operația de logaritmare.

Mulțimea $\mathbb{C}$.

- Numere complexe sub forma algebrică, conjugatul unui număr complex, operații cu numere complexe. Interpretarea geometrică a operațiilor de adunare și scădere a numerelor complexe și a înmulțirii acestora cu un număr real;
- Rezolvarea în $\mathbb{C}$ a ecuației de gradul al doilea cu coeficienți reali. Ecuații bipătrate.
- Numere complexe sub forma trigonometrică (coordonate polare în plan), înmulțirea numerelor complexe și interpretare geometrică, ridicarea la putere (formula lui Moivre).
- Rădăcinile de ordinul n ale unui număr complex. Ecuații binome.

Funcții și ecuații

- Funcția putere cu exponent natural $f: \mathbb{R} \rightarrow D, f(x)=x^n$ și $n \geq 2$;
- Funcția radical $f: D \rightarrow \mathbb{R}, f(x)=\sqrt[n]{x}$, $n \geq 2$, unde $D=[0, \infty)$ pentru n par și $D=\mathbb{R}$ pentru n impar.
- Funcția exponențială $f: \mathbb{R} \rightarrow (0; \infty), f(x)=a^x$, $a \in (0; \infty), a \neq 1$ și funcția logaritmică $f: (0; \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x)=\log_a x$, $a \in (0; \infty), a \neq 1$, creștere exponențială, creștere logaritmică;
- Funcții trigonometrice directe și inverse;
- Injectivitate, surjectivitate, bijectivitate; funcții inversabile: definiție, proprietăți grafice, condiția necesară și suficientă ca o funcție să fie inversabilă;
- Rezolvări de ecuații folosind proprietățile funcțiilor:
 1. Ecuații iraționale ce conțin radicali de ordinul 2 sau 3;
 2. Ecuații exponențiale, ecuații logaritmice;
 3. Ecuații trigonometrice: $\sin(x)=a, \cos(x)=a, a \in [-1; 1], \operatorname{tg}(x)=a, \operatorname{ctg}(x)=a, a \in \mathbb{R}, \sin f(x)=\sin g(x), \cos f(x)=\cos g(x), \operatorname{tg} f(x)=\operatorname{tg} g(x), \operatorname{ctg} f(x)=\operatorname{ctg} g(x), a \sin(x)+b \cos(x)=c$, unde a, b, c , nu sunt simultan nule.

Metode de numărare

- Mulțimi finite ordonate. Numărul funcțiilor $f: A \rightarrow B$ unde A și B sunt mulțimi finite.
- Permutări
 - numărul de mulțimi ordonate cu n elemente care se obțin prin ordonarea unei mulțimi finite cu n elemente;
 - numărul funcțiilor bijective $f: A \rightarrow B$ unde A și B sunt mulțimi finite.
- Aranjamente
 - numărul submulțimilor ordonate cu câte m elemente fiecare, $m \leq n$ care se pot forma cu cele n elemente ale unei mulțimi finite;
 - numărul funcțiilor injective $f: A \rightarrow B$ unde A și B sunt mulțimi finite.
- Combinări
 - numărul submulțimilor cu câte k elemente, unde $0 \leq k \leq n$ ale unei mulțimi finite cu n elemente. Proprietăți: formula combinărilor complementare, numărul tuturor submulțimilor unei mulțimi cu n elemente.
- Binomul lui Newton.

Matematici financiare

- Elemente de calcul financiar : procente, dobânzi, TVA;
- Culegerea, clasificarea și prelucrarea datelor statistice: date statistice, reprezentarea grafică a datelor statistice;
- Interpretarea datelor statistice prin parametri de poziție: medii, dispersia, abateri de la medie;
- Evenimente aleatoare egal probabile, operații cu evenimente, probabilitatea unui eveniment compus din evenimente egal probabile;

- Variabile aleatoare. Probabilități condiționate. Dependența și independența evenimentelor, scheme clasice de probabilitate: schema lui Poisson și schema lui Bernoulli.

Notă: Aplicațiile vor fi din domeniul financiar: profit, preț de cost al unui produs, amortizări de investiții, tipuri de credite, metode de finanțare, buget personal, buget familial.

Geometrie

- Reper cartezian în plan, coordonate carteziene în plan, distanța dintre două puncte în plan;
- Coordonatele unui vector în plan, coordonatele sumei vectoriale, coordonatele produsului dintre un vector și un număr real;
- Ecuații ale dreptei în plan determinate de un punct și de o direcție dată și ale dreptei determinate de două puncte distincte, calcule de distanțe și arii;
- Condiții de paralelism, condiții de perpendicularitate a două drepte din plan, calcule de distanțe și arii.