ROMÂNIA
MINISTERUL APĂRĂRII NAȚIONALE

COLEGIUL NAȚIONAL MILITAR
„Alexandru Ioan Cuza”

ȘCOALA GIMNAZIALĂ
„ALEXANDRU CIUCURENCU”
TULCEA

Concursul de Matematică „ VICEAMIRAL VASILE URSEANU” Ediția a XXVIII-a, 9 aprilie 2022

Partea întâi. Pe foaia de concurs se va trece numărul itemului și respectiv unica variantă de răspuns corectă, aferentă fiecărui item...$9x5=45p$

<table>
<tr><td colspan="4">1. Se consideră expresia $E(x)=|2x-3|+|2-3x|-1$. Atunci $E(\sqrt{2})$ are valoarea :</td></tr>
<tr><td>A. $\sqrt{2}-1$</td><td>B. -1</td><td>C. $\sqrt{2}$</td><td>D. $2\sqrt{2}$</td></tr>
<tr><td colspan="4">2. În urmă cu 5 ani, tatăl era de șase ori mai mare decât fiul său, iar peste 3 ani tatăl va fi cu 5 ani mai mare decât triplul vârstei fiului său. Cu câți ani este mai mare tatăl decât fiul?</td></tr>
<tr><td>A. 25</td><td>B. 35</td><td>C. 30</td><td>D. 28</td></tr>
<tr><td colspan="4">3. Fie punctele de coordonate A$(0,-2)$, B$(0,-4)$, C $(-\sqrt{3},-3)$. Distanța de la punctul B la dreapta AC este egală cu :</td></tr>
<tr><td>A. $2\sqrt{3}$</td><td>B. $\sqrt{2}$</td><td>C. 2</td><td>D. $\sqrt{3}$</td></tr>
<tr><td colspan="4">4. Produsul numerelor reale x, y, z unde (x, y, z) reprezintă soluția ecuației $\sqrt{x^2+6x+10}+\sqrt{y^2-4y+29}+\sqrt{z^2-6z+13}=8$ este:</td></tr>
<tr><td>A. 10</td><td>B. 8</td><td>C. -18</td><td>D. 18</td></tr>
<tr><td colspan="4">5. Se consideră mulțimile $A=\{x\in\mathbb{R}/\ |x-1|<6\}$ și $B=\{x\in\mathbb{R}/\ |2x+1|\geq 5\}$. Atunci $A\cap B$ este:</td></tr>
<tr><td>A. $(-5;-3]\cup[2;7)$</td><td>B. $(-5;-3)\cup[2;7)$</td><td>C. $(2;7)$</td><td>D. $[-3,-2]$</td></tr>
<tr><td colspan="4">6. Partea fracționară a numărului $N=\frac{6}{1\cdot4}+\frac{30}{4\cdot7}+\frac{72}{7\cdot10}+\frac{132}{10\cdot13}$ este:</td></tr>
<tr><td>A. $\frac{1}{4}$</td><td>B. $\frac{8}{13}$</td><td>C. $\frac{11}{13}$</td><td>D. $\frac{1}{1820}$</td></tr>
<tr><td colspan="4">7. Fie numărul natural $n=\overline{abab}$ scris în baza 10, cu $a\neq 0$. Știind că n are cel mai mic număr posibil de divizori, atunci n este egal cu:</td></tr>
<tr><td>A. 1010</td><td>B. 1111</td><td>C. 1212</td><td>D. 2121</td></tr>
<tr><td colspan="4">8. În triunghiul oarecare ABC se duce $BB'\perp AC, B'\in(AC)$. Știind că $BB'=CM, M$ mijlocul laturii AB, atunci $\sphericalangle ACM$ este egal cu:</td></tr>
<tr><td>A. 45°</td><td>B. 60°</td><td>C. 90°</td><td>D. 30°</td></tr>
<tr><td colspan="4">9. Pe planul triunghiului oarecare ABC se ridică perpendiculara $AT, T\notin(ABC)$ și se consideră punctul M pe latura BC astfel încât TM formează cu planul bazei un unghi de 15°. Știind că $TM=12$ cm, distanța de la punctul A la dreapta TM este egală cu:</td></tr>
<tr><td>A. 4 cm</td><td>B. 3cm</td><td>C. 6cm</td><td>D. 0,5 cm</td></tr>
</table>

Partea a doua. Pe foaia de concurs scrieți rezovările complete……………......................................…..$9x5 = 45p$

1. Se consideră expresia $E(x) = (1-x)(x^2-x^4)(1+x)+(1-x^2)^3$.

a) Descompuneți în factori expresia.

b) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $E(x) = 9$.

c) Calculați $E\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) E\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) \dots E\left(\frac{1}{\sqrt{100}}\right)$.

2. Fie $ABCDEF$ o prismă triunghiulară regulată, cu $BE = 10\sqrt{3}$ cm, $AC = 2\sqrt{6}$ cm, $M \in [BE]$, $\frac{MB}{ME} = \frac{1}{4}$ și $N \in [DA]$, astfel încât $MN // BA$.

a) Aflați perimetrul triunghiului MNC.

b) Calculați aria triunghiului MFN.

c) Determinați valoarea sinusului unghiului dintre planele (FMN) și (CMN).

3. Pe planul triunghiului isoscel ABC, se ridică perpendiculara AM, iar $AB = AC = 10\ cm$, $BC = 16\ cm$ și $MD = 26\ cm$, unde D este mijlocul segmentului BC. Semidreptele AN și AP sunt bisectoarele unghiurilor MAB și CAM, cu $N \in MB$ și $P \in MC$.

a) Aflați aria triunghiului MAD.

b) Arătați că $NP // (ABC)$ și calculați lungimea segmentului NP.

c) Determinați distanța de la punctul B la planul MAD.

Timp de lucru: 3 ore

Se acordă 10 puncte din oficiu

BAREM DE CORECTARE

PARTEA ÎNTÂI

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.
C	B	D	C	A	B	B	D	B

PARTEA A DOUA

1a.	$E(x) = (1-x)^2(1+x)^2$	**5p**
b.	$(1-x^2)^2 = 9$ $1 - x^2 = \pm 3 \Rightarrow x = \pm 2$	**2p** **3p**
c.	c) $E\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)E\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)\dots E\left(\frac{1}{\sqrt{100}}\right) = \left(1-\frac{1}{2}\right)^2\left(1-\frac{1}{3}\right)^2\dots\left(1-\frac{1}{100}\right)^2 =$ $= \left(\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot\dots\cdot\frac{99}{100}\right)^2 = \frac{1}{10000}$	**2p** **3p**
2a.	$P = 12 + 2\sqrt{6}$	**5p**
b.	b)$FO = \sqrt{210}$ $A_{\Delta MFN} = \frac{MN \cdot FO}{2} = 6\sqrt{35}$	**2p** **3p**
c.	$sin(\sphericalangle((FMN),(CMN))) = sin(\sphericalangle FOC) = \sqrt{\frac{6}{7}}$	**5p**
3a.	$MA = 8\sqrt{10}$ cm $A_{\Delta MAD} = 24\sqrt{10}$	**2p** **3p**
b.	$R.T.Th \Rightarrow \left.\begin{array}{c} NP//BC \\ BC \subset (ABC) \end{array}\right\} \Rightarrow NP//(ABC)$ $T.F.A \Rightarrow \Delta MNP \sim \Delta MBC \Rightarrow NP = \frac{64\sqrt{10}}{4\sqrt{10}+5}$	**2p** **3p**
c.	$V_{BMAD} = 64\sqrt{10}$ $d\big(B,(MAD)\big) = 8$	**2p** **3p**